

# 寻求课程的一致性

## ——对美国数学课程焦点的分析与思考

童莉<sup>1,2</sup>, 黄翔<sup>1</sup>

(1. 重庆师范大学, 重庆 400047; 2. 西南大学 数学与统计学院, 重庆 400715)

摘要: 数学教育者与专业数学家之间的长期论战, 以及对美国数学教育现状的反思, 使得寻求数学课程的一致性成为美国数学教育发展的必然. NCTM 发布的《幼儿园学龄前到八年级数学课程焦点: 寻求一致性》呈现了学生从幼儿园学龄前到 8 年级每个年级应该学习和掌握的数学概念与技能. 这为美国数学教育的健康发展提供了崭新的思路. 同时也为我国的数学教育课程改革提供了一定的启示.

关键词: 美国教育; 数学课程; 课程焦点

中图分类号: G40-059.3 文献标识码: A 文章编号: 1004-9894(2007)03-0079-04

全美数学教师协会(National Council of Teacher of Mathematics, 简称 NCTM), 为美国数学教师提供专业指导, 是对美国数学教育产生重大影响的专业团体. NCTM 于 2006 年 9 月 12 日发布了一份长达 40 页的报告——《幼儿园学龄前到八年级数学课程焦点: 寻求一致性》(Curriculum Focal Points for Prekindergarten through Grade 8 Mathematics: A Quest for Coherence)(以下简称《课程焦点》), 该报告呈现了“什么样的数学是学生应该知道的和能够获得的”, 勾画出了学生从幼儿园学龄前到 8 年级每个年级应该学习和掌握的数学概念与技能(其中每个年级有 3 个数学焦点). NCTM 的官方网站指出, 该报告代表了美国数学教育改革进程中重要的、关键性的一步.《纽约时报》发表文章指出, 它将给美国中小学的数学教育带来深刻的变化, 并为困扰美国基础教育 20 年的“数学战”画上句号. 该报告的核心思想是“寻求数学课程的一致性”, 这反映了当今美国数学教育发展的方向, 有必要对此作深入的分析, 以期能为我国的数学教育改革提供有益的借鉴.

### 1 寻求数学课程一致性的历史背景及现实原因

美国数学教育改革走过一段漫长而艰辛的旅程, 从 20 世纪 60 年代的“新数运动”(New Math Movement)到 70 年代的“回到基础”(Back to Basic), 到 80 年代的“问题解决”(Problem solving), 再到现在的“课程焦点”(Curriculum Focal Points). 期间, 围绕数学课程与教学法的问题展开了激烈而持久的论战. 在这场论战中, 美国基础教育分化为两个阵营, 一方以数学教育者为代表, 他们主张以建构主义为出发点, 偏重于对教学法的要求, 认为学生才是学习的主体, 唯有学生从自身经验中所建构出的知识, 才能有助于培养其解决问题的能力, 才是有意义的学习; 另一方是以专业数学家为代表, 他们以“重视基础”为出发点, 强

调基本的数学知识内容与运算技能的重要性, 对前者的观点持否定态度. 双方围绕各自的基本教义进行了激烈的争论, 这就是美国数学教育的所谓“数学战”. 2005 年 5 月, 所谓的“保守”阵营(以数学家为代表的)为反对 NCTM 推行的、长期主导美国数学教育界的理念, 发表了讨伐檄文《关于数学教育的十大神话, 以及为什么你不该信》. 该文指出, 20 年来, 美国从幼儿园到高中的数学教育是由教育学院制造的、没有根据的教学理论所驱动的, 而 NCTM 是这些理论的鼓吹者. NCTM 于 1989 年和 2000 年发布的课程标准主导了上至联邦政府, 下至地方学区的教育决策, 虽然很多家长、数学专家和中小学教师对之有不同看法, 但是他们的声音却被边缘化了. 该文声讨了“被美国教育专家和 NCTM 官员当成事实向决策者和大众散播”的十大神话, 阐述了他们所认为的神话背后的现实<sup>[1]</sup>. 针对双方阵营的相互批评与辩驳, 许多人忧心这样下去不仅无法解决问题, 甚至更加问题的严重性. 因此, 在课程真正的基础上寻求一个能够“熄火”的共识便成为许多学者追求的目标. 冲突的缓解集中体现在去年发表的一篇论文《K-12 数学教育共识的达成》上, 在这篇论文中, 包括斯坦福大学密尔格兰(R. James Milgram)教授在内的学者们对于学生必须掌握的数学技能达成了共识. 其主要观点是: 数的基本运算技能对各种日常应用仍然是极为重要的; 数学要求对精确定义的对象和概念作细致的推理; 学生要具有确切的提出问题和解决问题的能力. 具体而言, 应该让学生记忆基本事实(乘法表等), 熟练并理解算法的原理, 理解并掌握分数的含义, 为以后的比率、比例和百分数打下基础, 在低年级慎用计算器, 让教师准确、熟练使用专业名词和符号, 混合使用直接教学、结构性调查、探究等教学方法<sup>[2]</sup>. 2006 年 9 月中旬 NCTM 发布的《幼儿园学龄前到八年级数学课程焦点: 寻求一致性》标志着论战双方共识的真正达成、“数学战”的结束和一个新

收稿日期: 2007-03-21

基金项目: 教育部社科“十五”规划项目“国家课程标准在西部实施的适应性研究”(01JA880034)

作者简介: 童莉(1976—), 女, 四川成都人, 西南大学博士生, 主要从事数学教育、课程与教学论研究.

的合作时代的到来。

另一方面,从美国数学教育的现状来看也是不容乐观的,这也为“寻求一致性”提供了现实需求。根据国际数学与科学教育比较研究的一个重要项目——TIMSS(第三次国际数学和科学教育测试)的结果,美国学生的数学学习成绩明显落后许多国家或地区(见表1、表2)<sup>[3]</sup>,通过比较研究发现,成绩最好的国家或地区(如:新加坡,日本,中国香港地区、台湾地区等)都有统一的数学教学大纲或课程,都特别注重基础知识与基本技能的学习。而美国长期以来没有一个统一的“教学大纲”,各州及学区都具有教育行政决策权。

表 1 TIMSS 四年级学生数学测试成绩

| 国家或地区 | 1995 年 | 2003 年 |
|-------|--------|--------|
| 新加坡   | 590    | 594    |
| 中国香港  | 557    | 575    |
| 日本    | 567    | 565    |
| 荷兰    | 549    | 540    |
| 拉脱维亚  | 499    | 533    |
| 英国    | 484    | 531    |
| 匈牙利   | 521    | 529    |
| 美国    | 518    | 518    |

表 2 TIMSS 八年级学生数学测试成绩

| 国家或地区  | 1995 年 | 1999 年 | 2003 年 |
|--------|--------|--------|--------|
| 新加坡    | 609    | 604    | 605    |
| 韩国     | 581    | 587    | 589    |
| 中国香港   | 569    | 582    | 586    |
| 中国台北   | —      | 585    | 585    |
| 日本     | 581    | 579    | 570    |
| 比利时佛兰德 | 550    | 559    | 537    |
| 荷兰     | 529    | 540    | 536    |
| 匈牙利    | 527    | 532    | 529    |
| 马来西亚   | —      | 519    | 509    |
| 俄罗斯    | 524    | 526    | 508    |
| 斯洛伐克   | 534    | 534    | 508    |
| 拉脱维亚   | 489    | 505    | 505    |
| 澳大利亚   | 509    | —      | 505    |
| 美国     | 492    | 502    | 504    |

NCTM 作为一个大型的民间专业学术团体,从 20 世纪 80 年代开始致力于全国数学课程标准的研制。1980 年出版的《行动日程》(An Agenda for Action),规划了从幼儿园到 12 年级的数学计划,集中于学生解决问题的基本需求。1989 年,NCTM 出台了《学校数学课程与评价标准》(Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics),提出 K-4、5~8、9~12 年级的数学教与学的规范,在一定程度上起到了统一要求的作用,引起了较大反响,成为各州及各学校制定各自课程规划的重要指南。2000 年,NCTM 在对 1989 年标准修订的基础上提出《学校数学的原则与标准》(Principles and Standards for School Mathematics),建立了 Pre-K~2、3~5、6~8、9~12 年级的基本的数学原则。这个标准虽是非强制性的,但它是各州制定数学教学标准、设定学生学习要求的重要指南。然而,遗憾的是,这些措施并没有解决美国

数学教育在国际测试中水平落后的局面。其原因主要在于各州的教学标准千差万别,即使在同一年级都很少有相同的主题,正如 Reys 等对美国 10 个州的数学课程标准中四年级数学学习目标的研究(见表 3)<sup>[4]</sup>,显示出各州的数学知识学习目标从 26 个到 89 个不等,表明美国学生的数学学习目标的不一致现象非常严重,这直接导致了学生发展的不平衡性。同时,由于各州和各学区制定的要求都不同,教材出版商为了照顾到各地的不同要求,倾向于把众多概念收纳在一本教材里,使教材成为了各地不同标准的大杂烩,而教师往往对教材内容的重要性缺乏应有的鉴别能力。美国的一节数学课含有许多主题,教师往往是带着学生从一个主题跳跃到另一个主题,却不强调对重要概念的掌握。这意味着美国数学课程覆盖的范围广,而深度却不够。因此,美国的数学教育常被描述成“宽一英里,深一英尺”的模式,造成学生的基础知识与技能的严重缺失。根据全美国数学委员会的数据,美国大学新生中需要重新补习数学的占到了近四分之一。所以,美国数学教育急需改变目前的现实困境,这也是“课程焦点”应运而生的重要原因。

表 3 美国 10 个州四年级数学学习目标概况

| 州名    | 数与运算 | 几何 | 测量 | 代数 | 数据分析 | 总数 |
|-------|------|----|----|----|------|----|
| 加利福尼亚 | 16   | 11 | 4  | 7  | 5    | 43 |
| 德克萨斯  | 15   | 7  | 3  | 4  | 3    | 32 |
| 纽约    | 27   | 8  | 10 | 5  | 6    | 56 |
| 佛罗里达  | 31   | 11 | 17 | 10 | 20   | 89 |
| 俄亥俄   | 15   | 8  | 6  | 6  | 13   | 48 |
| 密歇根   | 37   | 5  | 11 | 0  | 3    | 56 |
| 新泽西   | 21   | 10 | 8  | 6  | 11   | 56 |
| 北卡罗莱纳 | 14   | 3  | 2  | 3  | 4    | 26 |
| 乔治亚   | 23   | 10 | 5  | 3  | 4    | 45 |
| 维吉尼亚  | 17   | 8  | 11 | 2  | 3    | 41 |

## 2 数学课程焦点简析

为了寻求数学课程的一致性以解决美国数学教育的历史纷争与现实困境,NCTM 组织了由 9 位成员构成的编写小组,其中包括数学教育家、数学家和各年级的数学教师,于 2006 年 9 月 12 日发布了《课程焦点》这一文件报告。以下我们将对该报告作一简要评介。

### 2.1 什么是数学课程焦点

数学课程焦点是从幼儿园学龄前到 8 年级的每个年级最重要的数学主题,这些主题是数学课程内容的中心,其传递的知识与技能是有教养的公民所必须的,并为进一步的数学学习提供基础。作为知识生成的核心结构的数学课程焦点是发展问题解决、推理和批判性思维等重要数学技能所必不可少的因素。

该“焦点”基于这样的理论假设:数学学习是累积的,后一阶段的学习建立在前一阶段所学的知识基础之上,是前一阶段知识的深化与发展。因此,它为幼儿园学龄前到 8 年级的每个年级设置了 3 项基本数学技能与知识,课程围绕

这些主题来组织,教学集中关注这些少量的核心内容,让学生通过这些核心概念与技能来发展自己的学习经验,并提供诊断学习困难、即时干涉的机会,以促进学生对重要数学知识的深刻理解。

## 2.2 “数学课程焦点”的选取方式

既然课程焦点是由各个年级的一些重要的数学概念或主题构成,那么,NCTM是怎样来考察某个概念或主题是否有资格成为“课程焦点”的呢?NCTM选取“数学课程焦点”的方法是:从NCTM的2000年的《学校数学原则与标准》中抽取若干与问题解决、推理与证明、交流、关联及表征等过程性目标紧密相连的相关数学内容主题,然后经过3个严格的测试,以决定是否成为“课程焦点”。这3个测试是:对于学生在数学上的进一步学习和在校内外的应用,它是否具有重要意义?它是否适合于知道什么是数学学习?它与上一年级与下一年级的数学内容有无逻辑联系?

虽然,课程焦点是从课程标准的内容目标中选取的,但它不同于各年级的教学目标或分散的内容目标与过程目标。原因主要在于它不是作为学习的终点,而是置于数学的过程目标中,勾勒出了一个完整的课程框架。在这个框架中,各年级的教学内容被缩减为最重要的数学技能,作为学习的“基本构件”,使学生能够理解更加丰富、更具挑战性的数学内容。

## 2.3 “数学课程焦点”的呈现情况

从幼儿园学龄前到8年级,每一阶段都有3个数学课程焦点,大致包含于数与运算、测量、代数、几何等领域,但随着年级的升高,每一焦点所蕴含的基本内容又是有比较大的区别:每一个阶段的数学课程焦点都是建立在前一阶段的焦点掌握的基础之上,同时,又是下一阶段焦点的前提条件。其具体的呈现情况如表4所示:

## 2.4 《课程焦点》与《学校数学原则与标准》的联系与区别

《课程焦点》与美国全国性数学课程标准《学校数学原则与标准》(NCTM 2000)存在着密切的联系。首先,《课程焦点》继承了《学校数学原则与标准》的基本理念,《标准》强调“课程并不仅仅是活动的集合,它必须是连贯的,聚焦于重要的数学内容,以及年级之间的联结”、“一个连贯的课程不仅给教师以关于重要的思想或主题的指导,而且给学生发展特别的技能或概念提供机会”,这些正是《课程焦点》的基本出发点。其次,《课程焦点》的内容源自该《学校数学原则与标准》通过各年级课程焦点的选择方式可知,课程焦点是从《学校数学原则与标准》中抽取若干相关的数学内容主题,并通过严格的测试而确定的。

《课程焦点》这一报告在附录《课程焦点与“学校数学原则与标准”的内容标准的比较》——*A Comparison of the Curriculum Focal Points and Connections with the Expectations of the Content Standards in Principles and Standards for School*

*Mathematics* 中比较了课程焦点与标准中内容目标的联系。从中我们也可以看出两者的区别:一方面,虽然《课程焦点》来自于《学校数学原则与标准》,但是《课程焦点》不是课程标准,它只勾画出各年级数学的重要知识与技能,是对课程标准的必要补充,只是解决“教什么”的问题,而不解决“怎么教”的问题;另一方面,《课程焦点》通过这些核心的数学主题来整合《学校数学原则与标准》中的相关的知识点,并按年级来确定各自的焦点,使得原本零散的知识结构化,增强了知识之间的关联,体现了对知识连贯性与一致性的追求。

表4 数学课程焦点的呈现表

| 年级         | 课程焦点   |
|------------|--|
| 幼儿园<br>学龄前 | 数及其运算:建立对整数的理解,发展对应的概念,学会数数和比较大小。<br>几何:图形的识别和空间关系的关系。<br>度量:识别测量的属性,通过这些属性来比较物体。      |
| 幼儿园        | 数及其运算:表示、比较和排序整数,合并与拆分集合。<br>几何:描述图形和空间。<br>度量:根据可度量的属性排列物体。                           |
| 一年级        | 数及其运算、代数:理解加法、减法,掌握基本的加法口诀及相应的减法。<br>数及其运算:理解整数关系,包括10个分组。<br>几何:分解与组合几何图形。            |
| 二年级        | 数及其运算:理解十进制及位值的概念。<br>数及其运算、代数:快速回忆加法口诀和相应的减法,熟练计算多位数加减法。<br>度量:理解长度并能测量。              |
| 三年级        | 数及其运算、代数:理解乘法和除法,掌握基本乘法口诀及相应的除法。<br>数及其运算:理解分数。<br>几何:描述与分析平面图形的性质。                    |
| 四年级        | 数及其运算、代数:快速回忆乘法口诀和相应的除法,能进行流畅的整数乘法运算。<br>数及其运算:理解小数,包括小数与分数的联系。<br>度量:理解面积,求平面图形的面积。   |
| 五年级        | 数及其运算、代数:理解整数除法。<br>数及其运算:理解分数和小数的加减法。<br>几何、度量和代数:描述三维空间图形,分析它们的性质,包括体积与表面积。          |
| 六年级        | 数及其运算:理解分数和小数的乘除法,熟练计算。<br>数及其运算:将比率与乘除法联系起来。<br>代数:书写、解释和运用数学的表达式和方程。                 |
| 七年级        | 数及其运算、代数和几何:理解并应用比例性,包括相似。<br>度量、几何和代数:理解三维空间图形表面积及体积的公式。<br>数及其运算、代数:理解所有有理数运算,解线性方程。 |
| 八年级        | 代数:分析和表示线性方程,解线性方程和方程组。<br>几何和度量:使用距离与角去分析二、三维空间与图形。<br>数据处理分析、数及运算、代数:分析与总结数据。        |

## 3 对我国数学课程改革理念的启示

长期以来,我国数学教育以注重“双基”(数学基础知识与基本技能)的培养而著称,我国学生具有扎实的数学基础,这在国际教育测评及数学竞赛中是得到公认的,也是我国数学教育的一大特色。而美国数学教育以问题解决为中心,强调学生对知识的理解的建构,注重学生能力的培养。这是我国数学教育与美国数学教育的最大差异之处,同时也在一定层面显示了东西方数学教育所存在的差异。张奠宙教授

曾罗列了这些差异的主要表现(见表5)<sup>[5]</sup>:

表 5 东西数学教育比较表

| 西方数学教育 | 东方数学教育 |
|--------|--------|
| 多种选择   | 统一要求   |
| 考试温和   | 考试严厉   |
| 学生建构   | 教师中心   |
| 强调理解   | 熟能生巧   |
| 基础松散   | 扎实基础   |
| 非形式化   | 形式演绎   |
| 适当演练   | 反复演练   |
| 个性发展   | 进度一致   |
| 轻松学习   | 负担过重   |

始于 2001 年的数学新课程改革,现已在全国各地全面实施,其课程标准的指导思想和理念基本上来自西方,尤其是美国.数学课程更加关注活动过程与问题解决,在多方面表现出数学教育的开放性和多样性;而这次 NCTM 发布的《课程焦点》却表现出美国数学教育长期开放后对基础知识

及统一性的重视,是数学课程的适当集中与聚焦.这体现了一种东西方数学教育“相向运动”的态势,这种态势形成的假设是:在东西方数学教育中存在一个中间地带,我们应在这样的中间地带上去寻求平衡点.这种过程“不仅可能,而且必要”,但是寻找中间地带不是简单的折衷,而应以本国文化为底蕴,有机地整合不同文化的教育教学取向<sup>[6]</sup>.使得双方可以相互借鉴、取长补短,用以改进各自的教育教学,而不是盲目排外,更不是全盘否定自身.因此,笔者认为我国的数学课程改革也可视为是一次长期集中以后的适当开放,在这种开放的数学教育中,必然需要开放的研究氛围,要允许有不同声音的存在,以及不同观点的争论,这样才能在不断的碰撞中产生智慧的火花,才能给我国的数学教育带来勃勃的生机,但同时也不能丢掉我国数学教育的许多优秀传统.

#### [参 考 文 献]

- [1] 美国数学教育的十大神话[W]. <http://www.tl100.com/teach/>, 2006-11-16.
- [2] 寻求 K-12 数学教育的共同基点[W]. [http://class.heima.com/show\\_topic](http://class.heima.com/show_topic), 2006-11-16.
- [3] TIMSS 报告[W]. <http://nces.ed.gov/timss/>, 2006-11-16.
- [5] NCTM. Curriculum Focal Points for Prekindergarten through Grade 8 Mathematics: A Quest for Coherence [W]. <http://www.nctm.org>, 2006-11-16.
- [6] 张奠宙,李士铮.数学教育学导论[M].北京:高等教育出版社,2003.
- [7] 顾泠沅,易凌峰,聂必凯.寻找中间地带[M].上海:上海教育出版社,2003.

#### Quest for Coherence of Curriculum—Analysis and thought on Curriculum Focal Points for Prekindergarten through Grade 8 Mathematics : A Quest for Coherence in American

TONG Li<sup>1,2</sup>, HUANG Xiang<sup>1</sup>

(1. Chongqing Normal University, Chongqing 400047, China; 2. South West University, Chongqing 400715, China)

**Abstract:** The controversy between the mathematical educationalists and the professional mathematicians, reflecting American mathematical status in quo, made it necessary to quest for coherence of curriculum in mathematics. National Council of Teacher of Mathematics issued the report “Curriculum Focal Points for Prekindergarten through Grade 8 Mathematics : A Quest for Coherence” lists the mathematical focal points in every grade from Prekindergarten to Grade 8, It offers a new way for healthy development of mathematics, at the same time, this offer some illumination on our reform of curriculum in mathematics..

**Key words:** American education; mathematic curriculum; curriculum focal points

[责任编辑:陈汉君]