

数学教学中的情境设计：类型与原则

◆ 沈林 黄翔

[摘要] 数学情境的设计在数学课程构建和课堂教学中愈来愈显示出重要性和必要性。数学教学所具有的生成性决定了课堂教学中的情境设计比课程标准和教科书中的情境内容更为丰富，形式也更加多样。从抽象层次来看，数学教学中的情境可分为原始的生活情境、复制的生活情境、简化的生活情境、改造的生活情境、其他学科的情境、数学自身的情境等多种类型。教师在具体的情境设计过程中，应认识到情境的真实性是有限度的，注意把握好学生的阶段性特征，协调好复杂性与简单性、直接经验与间接经验的关系。

[关键词] 数学教学；教学设计；数学情境

[中图分类号] G633.6

[文献标识码] A

[文章编号] 1002-4808(2011)06-0048-04

我国自2001年开始启动的数学课程改革对情境甚为关注，从新课程标准的理念到教科书的编排方式，再到数学课堂教学的实施，都凸显出情境设计（本文中特指数学情境的设计）的显著特点。“情境”也因此成为新课改以来广大一线数学教师教学实践中最常用的关键词之一。

事实上，数学教学所具有的生成性决定了一线课堂教学中的情境设计比课程标准和教科书中的情境内容更为丰富，形式也更加多样。新课程改革以来，数学教学所展示出来的“形形色色”的数学情境中既有优美的旋律，也有不和谐的音符。那些贴标签式的、主观生造与实际相悖的、重形式不求实质的情境设计屡见不鲜，究其原因，很大程度上在于人们对情境设计的类型没有清晰的理解。基于此，从数学课堂教学的要求出发，剖析情境设计的基本类型，不但有利于认清数学教学中情境设计的问题，而且对优化数学情境具有重要意义。

一、数学教学中情境设计的类型

从数学情境的来源来看，数学情境设计主要基于学生的生活现实、其他学科和数学自身三个方面。但要从本质上认清数学情境，还要根据数学自身的特点和数学课堂教学的要求对其进行更“精致”的分析。从数学情境的抽象层次来看，可将其分为原始的生活情境、复制的生活情境、简化的生活情境、改造的生活情境、其他学科的情境、数学自身的情境等多种类型。

（一）原始的生活情境

原始的生活情境是指人们亲身经历的真实的生

活世界。它不仅强调场地和物的真实性，还关注行为的真实性。对学生而言，原始的生活情境就是学生的现实日常生活，即学生所处的环境和发生在其中的生活事件。

数学课堂上，离学生最近的现实生活情境就是教室里的一切，教室里所有的资源都可作为原始的生活情境为教师所用。例如，教师可以通过让学生观察自己的教室来理解点、线、面之间的位置关系；通过学生在教室里的座位排列来学习平面直角坐标系和点的坐标表示。

原始的生活情境大多发生在教室之外，教师要突破教室的限制来使用教室之外的生活资源，理论上有两种方法：一种方法是将数学课堂迁移到教室之外，甚至学校之外；另外一种方法就是把教室之外的事物迁移到教室。就第一种方法而言，其所具有的耗时性、实体性、场景性要求和课堂教学时间有限性、场地的限制性之间的矛盾决定了这种方法不可取。让教师和学生到野外进行“写生式”的数学教学既不现实也无必要。第二种方法的可行性仅限于必要时把教室外面的轻便物体（如风车、足球等）以教具的形式“搬进”教室，该方法对于生活中的大型物品却无能为力。

可见，虽然生活世界为数学课堂教学提供了丰富的资源，但数学教学对原始的生活情境的直接利用是非常有限的，毕竟，数学教学活动的基本场所是教室。

（二）复制的生活情境

受到时间、空间、财力、物力的限制，大量原始的生活情境无法在课堂上直接利用。为此，对于

沈林/西南大学数学与统计学院博士研究生(重庆 400715);黄翔/重庆师范大学教授,博士生导师,重庆市课程与教学研究基地主任(重庆 401331)。

学生较难接触或不易真实接触的学习内容，可以通过语言（或文字）、技术（图像、影像等）、行为模仿等方式将教室外的情境“复制”到课堂中来，并在充分调动学生的表象、联想、想象、情感等多种心理成分的基础上，实现数学新知识的学习。

以语言或文字形式复制的生活情境是数学情境的常见形式。只要有足够多和足够丰富的语言，现实生活中的物质实体和事件都可以通过语言陈述、描绘出来。抽象的文字符号借助情境被具象化了，教师可以借助语言唤起学生大脑记忆中关于生活世界的表象。只要学生有相关的生活经验，教师用语言或文字描述生活情境是可行的。

以技术手段复制的生活情境充分体现了现代信息技术与数学课程的整合。随着现代信息技术的高度发展，电子照片、影像或多媒体程序成为真实的生活环境的“虚拟”的代用品，可以创设、模拟各种与教学内容相适应的情境（动态的或静态的），并以文字、声音、图像等表征方式随时抽取播出。例如，美国温特比特大学认知与技术小组（CT-GV）开发的数学课程“贾斯珀问题解决系列”（Jasper Solving Series）就是利用信息技术手段呈现数学情境的典型示例。

以行为方式模仿现实生活中的事件也是对生活情境的复制。适当的行为模仿、角色扮演等活动，不仅可以激发学生数学学习的兴趣，而且能让学生在经历活动的过程中获得完整的数学活动经验，加深学生对数学知识的理解。

可见，语言描绘、图画展示、影像再现、表演体会等一系列情境的“替代物”通过场景、人物或行为的复原和再现，能使学生仿佛身临其境。复制的生活情境是与原始的生活情境同构的表象世界，无论是语言的复制、影像的复制还是行为的复制都不会改变生活世界中的对应物的本质属性，而且，二者大多是语义丰富且结果开放的具有复杂性特征的宏情境。在这种情境中，学生一开始就面临一个非结构性问题，需要运用假设、观察、调查、推理、搜集与处理信息、批判性思维等一系列方法与策略才能解决问题，从而有助于其高级认知能力的培养。

（三）简化的生活情境

复制的生活情境与原始的生活情境一样，所涉及的往往是非结构性问题，大量的无关信息会使学生迟迟不能进入主题。因而，教学设计需要适度排

除或控制情境中的无关信息，这就需要对生活情境进行简化。

数学情境是如何对生活世界加以简化并完成数学任务的？荷兰数学家和数学教育家弗赖登塔尔（Hans Freudenthal）列举了两个例子：^[1]

约翰有 26 颗玻璃弹子，又赢了 10 颗，现在他有多少颗？

屠夫史密斯有 26 千克肉，他另外订购 10 千克肉，现在他有几千克肉？

这两个题目的共性在于它们都对生活情境进行了简化：弹子问题没有涉及约翰伙伴的弹子情况，而屠夫问题并未提及肉的单价。其区别在于，赢了弹子可以放进口袋，而定购的肉不能立即飞到商店。当它送到时，26 千克的肉也许被卖出了，事实上，这就是屠夫要订购一些的原因。显然，屠夫问题对现实生活世界中的时间“偷偷地”进行了压缩，这实际上是初次简化基础上的二次简化。

简化的生活情境表现了一个与原始的生活情境假同构的世界。简化的结果是解决问题条件一个不多一个不少，将原本开放的、非结构性问题转化为封闭的、结构性的问题。其优点在于利于学生明确数学问题并提高数学学习的效率，而缺点在于容易使学生产生思维定势并形成“数学问题都是可解的且答案唯一确定”的错觉。例如，在国外的一项调查中，当学生面对“在一艘船上有 18 只绵羊和 16 只山羊，船长多少岁”这种问题的考问时，大部分学生居然能从中“成功”算出答案。

（四）改造的生活情境

事实上，简化的生活情境仍然屈从于原始的生活情境，这对“充满着无限想象和可能性”的数学来说，的确是一个很大的限制。由此，只对生活情境简化是不够的，基于特定的数学任务，常常需要对生活情境加以改造。

例如，“折纸”是学生现实生活中常见的活动，然而，数学课堂教学中的折纸不可能像平时一样随意，否则就有把数学课变成“手工课”的危险。教师为了使学生在已有的“直角三角形斜边上的中线等于斜边一半”的知识基础上，进一步探索三角形中位线的性质，设计了两个不同层次的活动情境：一是用一张直角三角形纸片折一个长方形；二是用一张一般的三角形纸片折一个长方形（要求重叠部分只能有两层纸）。^[2]通过第一个活动，学生可以发现直角三角形斜边上的中线与斜边之间的

“倍半”关系；第二个活动结束后，学生不仅可以发现许多“倍半”关系，还可发现这种“倍半”关系存在的几个条件。该情境借助的是“折纸”活动的趣味性和直观性，对折纸的行为目的进行了改造，通过学生的“动手做”使他们亲身经历“做出”三角形中位线的过程，改造的“精妙”体现了教师的“创造”。

改造的生活情境与原始的生活情境是假同构甚至是异构的。改造的生活情境常常充满了假设，当教师面对学生“可是……”的质问时，教师常常用“我们可以认为这样”或“我们可以这样假设”之类的话来回答。

(五) 其他学科的情境

马克思曾说过，一门科学只有当它成功地运用数学时，才算达到了真正完善的地步。数学和其他学科的相互联系、相互渗透不仅仅表现在物理、化学、生物等自然科学领域，经济学、语言学等社会科学领域同样可以看到数学的影子。因此，其他学科大量的与数学知识相关的内容都可作为情境资源为数学教学所用。

课堂教学过程中，数学新知识的学习可从其他学科中挖掘相应的资源来创设情境。例如，导数概念的引入可以通过增长率、体积的膨胀率、速度的变化率、效率、密度等反映导数应用的实例，引导学生经历由平均变化率到瞬时变化率的过程，知道瞬时变化率就是导数；在引入圆锥曲线时，通过行星运行轨道、抛物运动轨迹、探照灯的镜面、凸凹镜等丰富的实例，使学生了解圆锥曲线的背景与应用。

其他学科的情境不仅利于学生进行数学模式抽象，而且对数学的应用提供了具体的背景。例如，让学生用平方的概念探索细胞分裂的次数与个数之间的关系；引导学生运用向量概念计算力使物体沿某方向运动所做的功；让学生通过收集和分析数据，研究影响单摆周期的因素等。

(六) 数学自身的情境

从数学知识的产生过程来看，数学的初次抽象建立在以现实生活情境为素材的现实原型之上；另一方面，数学一经构造出来就具有“形式客观性”和“相对独立性”，从而又可以成为后继的进一步抽象的“具体原型”。因此，数学情境并不局限于现实生活和其他科学中的素材，数学情境也可以来源于数学自身。

仅仅基于数学学科内部的考量，数学情境仍然

是丰富多彩的。以数学史料文化为题材的数学情境对学生有很强的吸引力，介绍与数学课程内容相关的对数学发展起重大作用的历史人物和事件，不仅利于激发学生学习数学的兴趣，而且能让学生体会数学的科学价值、应用价值、人文价值，更重要的是，能增进学生对数学知识的理解和掌握。

此外，数学探究中引发的新的问题也可作为数学情境，而且，以抽象的数学知识为题材的数学情境可为进一步的数学抽象奠定基础。例如，教师让学生进行“分数化小数”的课堂练习： $1/4$ ， $2/25$ ， $9/10$ ， $1/6$ ， $2/15$ ， $9/14$ （除不尽的保留三位小数）。为了把该问题引向深入，教师可以把学生课堂练习的结果板书“ $1/4=0.25$ ； $1/6\approx 0.167$ ； $2/25=0.08$ ； $2/15\approx 0.133$ ； $9/10=0.9$ ； $9/14\approx 0.643$ ”^[9]作为数学情境，以此讨论分数化成有限小数的规律。

二、数学教学中情境设计的原则

(一) 数学情境的真实性是有限度的

人们通常将“真实性”作为评判数学情境优劣的标准之一。事实上，从数学情境的类型来看，数学情境的真实性是有限度的：原始的生活情境是实体与场景的真实，复制的生活情境是表象的真实，简化的生活情境是主题的真实，改造的生活情境是任务的真实，其他学科的情境和数学自身的情境是科学逻辑的真实。其中，简化的生活情境和改造的生活情境与原始的生活情境是假同构甚至是异构的，换句话说，它们的背景是教科书而不是相应的生活现实（如屠夫问题和折纸问题）。

(二) 数学情境的创设要关注学生的阶段性特征

处于不同学段的学生，对情境的兴趣指向存在差异性。因此，数学情境的创设要符合不同年龄段儿童的心理特点和认知规律，根据不同的教学内容有所变化。低年级数学情境的创设应突出形象性和生动性，尽可能贴近学生的现实生活，选取学生喜闻乐见的童话故事、生动有趣的游戏、直观形象的模拟表演等。然而到了中高年级，数学的系统性与抽象性增强，学生在心理和认知上也趋于成熟，数学教学情境设计应适当加强数学自身情境及其与其他学科的关联情境。

(三) 协调好复杂性与简单性的关系

鉴于复制的情境中大量无关信息的过度干扰，可对其进行简化。然而，简化也往往有个“度”的问题。例如下面两题：^[9]

量出一棵大树树干的周长是 1.57 米，问直径是多少米？

一棵大树，在 1.2 米高处量出树干的周长是 1.57 米，问直径是多少米？

对比发现，第 2 题看起来更加合理，因为大树的树干几乎不可能一般粗细，尽管“1.2 米”对解题没有任何帮助。因此，为防止思维定势，适当设置具有干扰信息的情境对学生的数学学习是有益的。

(四) 处理好直接经验与间接经验的关系

应当承认，将类似于校外情境脉络中的活动引入课堂，让学生模拟超市购物、分东西、春游等社会活动，有可能帮助学生在他们的已有经验与数学学习内容之间建立联系。但是，“如果向教育者建议学校应尽量在课堂上模仿或再生产校外活动，那就是个根本性的错误”^[9]。因此，数学教学情境设计在注重学生直接经验的同时，也应当关注学生的间接经验。

总之，各类数学情境在课堂教学中的使用都要注意“度”的把握，过于注重原始的生活情境和复制的生活情境会陷入“去数学化”的误区；过度使用简化和改造的生活情境则会让数学情境变得“虚

假”；过度关注数学自身的情境而忽视数学与生活及其他学科的联系，则容易导致“去生活化”的倾向。[本文系全国教育科学“十一五”规划 2010 年度教育部重点课题“新课改十年数学课堂的变化研究”（项目编号：GOA107012）研究成果]

[参 考 文 献]

- [1] 弗赖登塔尔. 数学教育再探：在中国的讲学[M]. 刘毅竹 杨刚 等译. 上海：上海教育出版社，1999：96-97.
- [2] 夏小刚. 情境创设≠情境的生活化、趣味化[J]. 人民教育，2006(9)：24-26.
- [3] 汪秉彝 吕传汉. “设置数学情境——提出数学问题”教学探索[J]. 贵州师范大学学报：自然科学版，2003(1)：52-54.
- [4] 西南大学义务教育课程标准(小学)数学实验教科书编写组. 义务教育课程标准实验教科书：数学（六年级上册）[M]. 重庆：西南师范大学出版社，2009：27.
- [5] SCHLIEMANN A D. Some concerns about bringing everyday mathematics to mathematics education [G]//Proceedings of the XIX International Conference for the Psychology of Mathematics Education. Recife L. Meira & D. Carraher, 1995 (1)：45-60.

(责任编辑 崔若峰)

(上接第 43 页) 在 45 分钟的课堂上，讲授不得超过 20 分钟或者更短。

二是结合问题进行讲授，改变教师直接告诉学生概念、原理的“直接教学法”。也就是说，教师不是“直接告诉”，而在讲解之前和讲解过程中抛出一些问题，通过恰当而有趣的“疑问”，引起学生的好奇和探究心理，激发他们的思维，使师生的思维产生碰撞。随着学生对问题的思考和对答案的寻求，学生的自主学习能力也慢慢提高了。尤其重要的是，这种对问题的思考可以为理解教师即将讲授的内容提供前理解，并促进学生更好地接受教师即将讲授的内容。

三是讲授之中预留理解时间。任何知识的理解都需要时间。教师的连续讲授无法给学生提供思考时间，以致学生发生理解上的困难。所以，教师不仅要避免连续讲授的时间过长，而且要在讲授一些知识之后给予学生一些时间，让学生回头想想、相互提问和辩论，或者询问教师，扮演角色，以便学生加工和理解所接受的知识。

四是教学方法多元化。教师要在新课程理念指导下，努力转变教学方式，认真培养学生的自主学

习、探究学习和合作学习习惯，在课堂教学中采取多种方法促进学生有意义地学习，特别是要把发现法、讨论法、演示法、实验法教学等现代教学方法运用到课堂教学中，实现教学方法的多元优化组合。

总体来说，虽然讲授法使教师在上课内容方面有较强的掌控权，但教师不应流于个人自言自语的表演，要切记学生才是学习的主体，如果学生没有学会，教学就等于无效。同时，教师要注意让学生的大脑有适时休息的时间，这样他们才有办法继续思考。

[参 考 文 献]

- [1] 中国大百科全书编委会. 中国大百科全书 教育[M]. 北京：中国大百科全书出版社，1985：142.
- [2] 杜长涛. 将“本土行动”进行到底——杜郎口中学课堂教学改革的调查报告[J]. 山东教育，2009(Z2)：26-29.
- [3] 余文森. 讲授法及其改革[J]. 中小学教学研究，2001(2)：4-7.
- [4] 高觉敷 叶浩生. 西方教育心理学发展史[M]. 福州：福建教育出版社，1996：254.
- [5] 丛立新. 讲授法的合理与合法[J]. 教育研究，2008(7)：64-72.

(责任编辑 崔若峰)