

# 数学课程应体现数学的文化观念<sup>①</sup>

刘祥伟<sup>1</sup>, 黄翔<sup>2</sup>

1. 重庆工学院 数理学院, 重庆 400050; 2. 重庆师范大学, 重庆 400047

**摘要:** 首先以人们对数学的认识、数学家的活动、数学发展的动力来阐述数学与文化的关系; 然后指出数学文化观念的教育意义和数学课程设计应关注的方面. 最后给出关于数学文化课程设计的一点看法.

**关键词:** 数学文化; 数学共同体; 数学课程

**中图分类号:** G40-055

**文献标识码:** A

## 1 数学文化的涵义

### 1.1 为什么数学是一种文化

首先从文化的定义来看, 有广义的文化和狭义的文化之分. 广义的文化是一切非自然的由人类所创造的事物和对象; 狭义的文化是指社会意识形态或观念形式. 由于数学对象不是物质世界中的真实存在, 而是抽象思维的产物, 它是一种人为约定的规则系统, 因此, 在这种意义上, 数学应该是一种文化.

其次, 在现代文化的研究中, 许多学者把文化归结为成套的行为系统, 其核心是由一套传统观念组成. 明显地, 数学家构成了一个特殊的群体——数学共同体. 在数学共同体内, 每个数学家在从事自己的研究活动时, 必然地处在一定的数学传统之中, 这种数学传统即是数学共同体共有的观念, 包括以下3个方面: 核心思想——关于数学本质的总的认识, 即对于“什么是数学”的回答; 规范性成分——如何用一些规范或准则去进行研究, 研究者的工作才有可能得到数学共同体的承认; 启发性成分——选择怎样的研究方向和研究问题, 研究者的工作才是有意义的. 上述的数学共同体的观念可以看作是一种成套的行为系统, 并具有相对的稳定性<sup>[1]</sup>. 从以上两个不同的角度可以看出: 数学是一种文化.

### 1.2 数学的文化观念是把数学置于一个更大的系统——人类文化系统之中

正如人类对地球的认识需要把地球置于宇宙一样, 我们认识数学这门科学, 也应把它置于一个系统, 这个系统即是人类文化系统. 数学本身有许多的奥秘, 但它并不神秘, 它也是人类文明大家庭中的“普通成员”, 数学与其它科学文化有着或近、或远的关系, 并与它们发生直接或间接的作用和反作用.

人们一直都把数学家视作创造奇迹的天才人物, 认为数学家似乎生活在另一个世界之中, 他们的思维创造是离奇的主观臆想, 与普通百姓毫不相干. 美国著名学者怀特(L. White)的观点即是对上述看法的有力否定, 他曾这样写道: “数学真理存在于个人降生于其内的文化系统之中, 这样文化系统便从外部进入他的大脑. 但是, 离开了文化系统, 数学概念既不能存在也没有意义, 当然离开了人类, 文化系统也不复存在. 因此, 数学实在独立于个体意识而存在, 却完全依赖于人类意识”<sup>[2]</sup>. 所以, 每个人不应把数学家视作纯粹的天才, 也不应把人类在数学上的成就完全归功于数学家, 而应看到每个人自己所作的“无形的”贡献. 同时, 文化是人类的创造物, 它又是制约、限制人类活动的重要因素. 数学家的思维创造并非离奇的主观臆

① 收稿日期: 2003-10-15

基金项目: 教育部人文十五规划课题资助项目.

作者简介: 刘祥伟(1976-), 男, 四川阆中人, 硕士, 讲师, 主要从事数学教育理论及密码学的研究.

想。首先, 数学家的工作要受到数学传统(数学共同体的共有观念)的制约, 即是说任何个人的创造只有为数学共同体所接受才能真正成为数学的组成成分; 其次, 数学家的自由创造要受到人类文化系统的限制, 东西方数学的发展历史即是一个明显的佐证<sup>[3]</sup>。特别地, 现代数学仍在向更抽象的方向发展, 距离现实生活实际愈来愈远, 以至于越来越多的人提出: 数学家究竟在做些什么, 他们的工作对社会进步有什么益处。上述情形表明: 数学家只顾及数学共同体的要求或者数学自身发展的需要, 而全然不顾人类文化共同体的需要, 或者不能自觉地把他们的思维创造纳入整个人类文化系统, 那么将使得数学成为“孤家寡人”而处于危险的境地。就上述的意义来说, 数学对象只有纳入整个人类文化系统才具有生命力。

## 2 数学文化观念的教育意义

### 2.1 在数学课程中应突出数学的观念成分

数学作为一种文化是一个多元的复合体, 它不仅包括数学的知识成分(命题、方法、问题、语言), 而且也包括数学的观念成分(数学传统: 数学共同体的共有观念), 后者是指数学的精神和思想。在过去或者说现在, 数学课程的内容主要局限于数学的知识成分, 数学的观念成分则很少涉及。我们不仅应当明确数学的观念成分(数学传统)是客观存在的, 同时也应当明确: 在数学发展的不同历史时期或一些关键时期, 数学的观念成分是有很大差异的, 也即应当了解: 居于主导地位的数学观念是如何形成的, 数学上的重大理论突破或者数学思想大解放是如何实现的。在数学教学中, 可以数系扩充为例(整数 $\rightarrow$ 有理数 $\rightarrow$ 实数 $\rightarrow$ 复数)说明: 在从一个数系发展到另一个数系的关键时期, 不同数学家之间的观点论争以及先进的数学观念是如何排除陈旧的数学观念的阻扰而逐渐居于主流地位。集合论的产生也是一个较好的例子, 康托尔的集合论在诞生之初遭到种种非难和攻击, 后来却成为现代数学的基础。或者以著名的问题、猜想为例来说明它们的解决导致了数学上怎样的变化(包括新的数学分支的产生)。数学观念成分的学习有助于学生理解数学共同体的共有观念是如何支配、推动数学的发展的。

### 2.2 通过数学的学习应当明确: 数学不是绝对的, 而是相对的

美国学者怀尔德提出: 由于数学的文化基础, 因此在数学中不存在什么绝对的东西, 只有相对的东西<sup>[2]</sup>。此处的“数学的文化基础”是把数学置于人类的文化系统, 也即数学的文化观念。人类文化对数学的影响典型表现在民俗数学(Ethnomathematics)以及东西方两大数学流派的存在上, 即是说绝对的、纯粹统一的数学是不存在的<sup>[4]</sup>。希尔伯特曾试图寻找数学的绝对严格基础, 后来被K. 哥德尔(Gödel)的两个不完备定理所否定, 这一事实也说明数学是相对的。在数学学习中, 大多数学生仍把数学视作绝对的、神秘的东西, 数学课程应该增加与“数学不是绝对的、而是相对的”相关的内容, 使学生对数学有一个正确的认识。

### 2.3 应当理解数学活动中个体与群体的关系

数学家的数学活动并非个人的、孤立的活动。数学家的个体活动首先要与数学共同体的共有观念发生相互作用, 最后还被纳入人类文化系统。只有经过由个体向共同体的转移, 数学对象最终才能完成由“主观的思维创造”(数学家的个体活动)向“相对独立的客观实在”(数学真理)的转化。上述观点反映在数学教学过程中, 即应当注重学生之间的数学交流活动。数学课程可以安排相应的内容让学生展开交流, 例如在数学建模课和探究性问题解决中, 不同的学生对同一实际问题或数学问题存在着不同的思想方法或者不同的认识角度或者不同的观念, 让他们展开充分地交流, 并逐步形成共有的观念(常表现为最优的解决办法), 让所有的学生体会到: 数学学习的过程与数学家的研究活动一样需要关注个体和群体的关系, 数学学习也并非个人的独立活动。

### 2.4 需要对数学的应用有一个全面的认识

数学作为人类文化系统的一个子系统, 它不可避免地要与其它文化系统发生相互作用。在这里, 我们只讨论这个问题的一个方面: 数学是施力物体, 其它文化是受力物体, 也即着重于数学的应用。

人们一直普遍地认为: 数学的应用即是利用数学知识来解决实际问题(例如数学建模)。随着现代数学高度地自由化、抽象化, 人们担心数学的具体应用会愈来愈少(甚至没有)。但事实证明, 数学非但没有因为其对象的自由及抽象而更脱离实际, 反而在更高的层次上更结合实际了<sup>[1]</sup>。今天数学的应用已不再局限于利用数学知识来解决实际问题, 而主要是直接推动其它科学的发展(选择合适的数学分支和数学方法构

成其它学科新理论的基础), 例如理论物理的相对论和量子力学都选择变换群作为基础. 因此, 数学课程应安排相应的内容(其它学科选择现代数学的内容作为新理论的基础)来说明, 现代数学不是没有应用, 而是应用的层次更高了; 它不再局限于作为“普通计算工具”的角色, 而是为其他学科的发展开辟道路, 发挥其他学科所不具有的先导作用.

## 2.5 关于数学课程设计的一点看法

从国家数学课程标准研制的有关报告获悉, 数学课程内容除了传统的“数学知识点”的安排以外, 还增加了“数学建模”、“探究性课题”、“数学文化”三个模块式内容. “数学文化”模块的呈现方式虽还未正式敲定, 但我们认为对此要采取谨慎、务实的态度, 不能把“数学文化”模块降格处理为简单数学史实或数学趣闻的堆积. 因为“数学作为一种文化”或者数学的文化观念主要是指人们的一种数学哲学观, 其核心是: 数学的本质是什么, 属于人们观念层面的东西, 一个比较正确的数学观的形成需要较长时间的积淀, 而非短时间或者对某一相关内容的学习所能凑效. “数学文化”之所以受数学课程标准制定者的关注, 是因为过去的数学课程仅仅是数学的知识成分, 却看不到数学的观念成分. 同时需要指出的是: 知识成分多是有形的, 而观念成分是无形的. 现在, 试图把无形的东西有形化, 不能采取简单、粗糙的方式. 正如人体需要 Na 元素, 但是人们不是直接去获取游离态的 Na, 而是通过摄取食盐(NaCl)来获得 Na 元素. 所以说, 数学的观念成分应“散落”在各知识成分中, “数学文化”模块的呈现方式须正视这个原则. “数学作为一种文化”应体现在各部分具体知识之中, 特别地要体现在各教学环节之中.

## 参考文献:

- [1] 张维忠. 数学, 文化与数学课程 [M]. 上海: 上海教育出版社, 1999.
- [2] 郑毓信. 数学教育哲学 [M]. 成都: 四川教育出版社, 1995.
- [3] 黄秦安. 数学文化观念下的数学素质教育 [J]. 数学教育学报, 2001, 3: 12- 17.
- [4] 张奠宙, 梁绍君, 金家梁. 数学文化的一些新视角 [J]. 数学教育学报, 2003, 1: 37- 40.

# Mathematics Curriculum Should Reflect the Cultural Idea of Mathematics

LIU Xiang-wei<sup>1</sup>, HUANG Xiang<sup>2</sup>

1. School of Mathematics and Physics, Chongqing Institute of Technology, Chongqing 400050, China;

2. Chongqing Normal University, Chongqing 400047, China

**Abstract:** First, this paper expounds the cultural idea of mathematics, and elaborates the relation between mathematics and culture through the understanding of mathematics which is given by people, activity of mathematician and impetus of mathematics advancement; next, it points out the instructive significance of cultural idea of mathematics and aspects which the design of mathematics curriculum should pay close attention to. Lastly, this paper gives some suggestion about the design of cultural curriculum of mathematics.

**Key words:** mathematical cultural; community of mathematics; mathematics curriculum

责任编辑 覃吉康