

注重联系, 提高对数学整体性认识

—— 美国数学教材的特点之一 ——

(重庆师范大学数学与计算机科学学院 400047) 刘丽颖 黄 翔

在此次数学课程改革的进程中, 数学联系成了一种不可忽视的数学能力. 即“要注重数学的不同分支和不同内容之间的联系, 也要注重与日常生活的联系, 以及数学与其他学科的联系”^[1]. 对这一问题的教材建设研究, 各国、甚至我国各实验教材在处理方法、呈现方式、教学目标实现上都不尽相同. 前不久, 笔者购得美国 Glencoe/McGraw-Hill 公司 2002 年版的中学数学教材《Mathematics: applications and connections》. 此套教材是遵循加利福尼亚州数学课程标准, 同时又兼顾美国学校课程标准与原则, 在 1998 年版基础上又推出的一套中学数学教材, 适合初中年级使用. 教材冠名以《数学: 联系与应用》, 就已经显示出其突出的特点. 本文就对教材的一个突出特点——数学的联系性做一些介绍和探讨.

1 教材中“数学内部联系”的体现

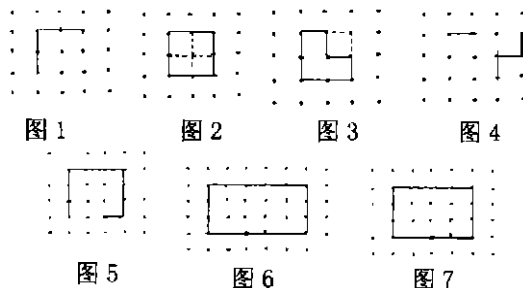
1.1 注重数学方法的联系

该部分的内容重点在于使学生能够认识和使用同一主题的数学方法在不同的数学知识间的联系. 学生经常会孤立地学习或应用各个主题的数学方法, 他们很难认识到如何把某一领域中学习的方法应用到另一领域中, 常常觉得每年都要学习许多数学技能, 由此会对数学感到畏惧. 因此, 教材努力把数学各分支中重要的数学方法形成统一的主题来强调数学联系, 让学生能够发现和体会隐藏在知识背后的数学方法. 诸如变换、数据估算、图表等数学方法, 往往产生于广泛的分支领域. 理清和体会这些数学方法能让学生看清一种方法在不同的或许是相互无关的情境中的应用.

案例 1: 试一试:

- (1) 如图 1, 做一个 2×2 的正方形;
- (2) 假设你想增加或减少面积的 25%. 想: $25\% = \frac{1}{4}$. 把正方形平均分成四份;
- (3) 从原来的图形中去掉 25% 或 $\frac{1}{4}$, 即减少 25%;
- (4) 从原来的图形中增加 25% 或 $\frac{1}{4}$, 即增加 25%.

你的探索:



- (1) 把原来图形的面积减少 25%, 还剩百分之几?
- (2) a. 如果图形的面积增加 25%, 求出新、旧图形的面积之比. b. 如果图形的面积减少 25%, 求出新、旧图形的面积之比. c. 把每一个比例写成百分数形式.
- (3) 画出图 5 增加 50% 和减少 50% 后的新图形.
- (4) 如图 5, 画一个 3×3 的正方形, 增加图形的 $33 \frac{1}{3}\%$.
- (5) 观察图 7 是在图 6 基础上减少百分之几, 你是怎样求出来的?

此案例把百分数含义和图形面积的增减通过变换相连结, 在数、形的变换中体会百分数的

直观含义,并发展对它的理解和应用.学生能在此过程中体会百分数增减变化对结果的变化影响,可以探寻图形面积的变化及相互关系.此外,教材在更深层次上注重不同数学分支之间变换的联系.例如,函数式中某个系数的变化引起图象发生一定的变化;平面直角坐标系中图形的翻转引起坐标的变化.这些联系中都有着统一的主题——变换.

1.2 注重数学思想的联系

案例2(不规则图形面积的计算):在网格纸上画出你的脚掌的大致轮廓.

(1) 数出脚掌轮廓内的所有小正方形的数目.



(2) 数出轮廓内和经过轮廓的所有小正方形的数目.

(3) 用两个数目的平均数估计下你的脚掌的面积.

(4) 试着用另外一种方法估计下脚掌的大致面积.

此案例通过对不规则图形面积的探索,向学生渗透了数形结合、估算等重要的数学思想.此外,教材还十分注重在合适的阶段,合理的背景中深入浅出地渗透一些重要的数学思想和知识.因此,可以说,此案例在更深层次上恰当地向学生初步渗透了定积分的无限分割基本思想.或许教师无需提出这些对现阶段学生晦涩难懂的问题,但教材本身自己就已经从学生的成长发展需要出发,为日后的学习作了铺垫.这样的教材设计,把学生放在终身发展的链条上,通过数学思想的联系,使学生获得对数学的整体性认识,以及致力于数学的兴趣和热情.

1.3 注重不同分支知识间的联系

教材十分注意数学不同分支之间的联系.例如,用几何的变换、组合等的直观体会抽象的代数问题;用面积模型、百分数、比例、体积等刻画概率问题.下面给出一个整合了百分数、圆心角、统计等基本知识的案例.

案例3:你知道其它星球上有生命物质存在吗?下面是一次最近的调查结果.你可以画出饼状图来表示这些信息.它能把各部分与整体的关系清晰地表现出来.

其它星球上有生命物质存在吗?	男性	女性
有	54%	33%
没有	33%	47%
不知道	13%	20%

(1) 找出每一部分所占的度数.有: 360° 的 $54\% = 0.54 \times 360^\circ = 194.4^\circ$; 没有: 360° 的 $33\% = 0.33 \times 360 = 118.8^\circ$; 不知道: 360° 的 $13\% = 0.13 \times 360 = 46.8^\circ$.

(2) 用圆规画出一个圆,并画出一条半径.

(3) 你可以用量角器分别画出上面求得的角度.

(4) 重复上一步骤,画出另一部分的角.

(5) 现在剩余的只有一部分,标出每一部分名称和百分数,以及图表的标题.

2 教材中“数学与外部联系”的体现

每一册教材都有专门的应用、联系与整合目录索引.“联系”目录主要记录在各章节出现的涉及数学在实际中应用的例子.其中包括建筑、艺术、公民学、地理、历史、语言艺术、文学、音乐、科学(生命科学、自然科学、物理科学)社会学、气象学等等各个方面.这充分显示了数学在日常生活以及社会、科技发展中的重要作用.

教材一方面让学生在数学以外的情景中认识、使用和学习数学;另一方面也体现为数学问题提供多样化的背景,渗透各方面的知识.这种多方面的联系越来越成为促进学生知识增长的财富.

教材所体现的数学与外部世界的联系的特点在于:努力给学生一个以数学为背景的完整生活.学生的生活是一个有机整体,这个整体不能人为地分解为“数学部分”、“语文部分”、“物理部分”等等.因此,教材把数学与其它学科的联系有机地融于数学与现实生活的联系之中,让学生在完整的生活里体会数学的应用性和重

要性.同时渗透各门学科的知识.

此外,教材中还有一个显著的特点,即联系到公民学、社会学的问题,对学生进行“公民教育”的培养.教材鉴于数学对人的理性精神发展的积极作用,让学生运用数学的理性精神了解和分析社会公共事物,旨在培养和造就良好的公民,增强社会凝聚力.

案例4(比例与比率):美国白宫的成员人数是由全国总人数决定的.1990年,美国人口总计约248,000,000,白宫有435名成员.那么白宫每位成员代表多少位普通公民?

案例5(最小公倍数):美国每4年进行一次总统选举,每6年进行一次参议员的选举.如果2000年一个参议员在总统选举年当选,那么他(她)再一次在总统选举年参加参议员竞选是在哪一年?

3 数学与信息技术的联系

一方面,信息技术的发展已经深刻地改变了数学世界,并影响到学生的数学学习内容和学习方式.另一方面,数学兼有科学和技术的双重身份,现代信息技术越来越表现为一种数学技术.

教材力图反映信息技术与数学课程的相互促进与紧密结合.这不仅给学生提供了丰富的学习环境和资源,而且有助于他们把精力集中在问题的思考和探究上,促进学生的数学学习.具体地说,这两者之间的联系反映在以下3方面:

(1) 计算器的使用.虽然该教材注意学生估算、数感的学习,但也鼓励学生恰当的使用计算器来解决计算问题.

(2) 网络链接.互联网拥有丰富的信息资源,是全球信息的集散地.并且网络上很多资源都实现了资源共享.因此,网络将是我们今后获取信息的一个重要途径.这样,教材将基于网络环境的数学学习设计为网络链接.并在公众网站 www.glencoe.com 提供了相关的服务:应用链接、学习帮助、职业链接等方式.

动中的应用等方面.例如,利用几何画板作一次函数的图象.这不仅使数学表示精确,而且也使它的动态效果能加深学生对知识的理解和掌握.

4 几点启示

我国在义务教育和高中阶段都把数学联系能力的培养放到了极其重要的位置,然而在实践中层面上缺少完备的经验.就本文论述的美国数学教材联系性特点,我们可以获得一些启示:

(1) 加强数学思想、方法的联系培养.这种联系可以帮助学生把从小学到高中的数学形成整体性的认识.如果学生能够认识到某些独立的数学经验中存在着统一的思想,那么就会使数学学习变得清晰、轻松.

(2) 数学与其他学科的联系应在现实生活的背景下培养.数学知识是源于生活的,其他学科也并不例外.因此,我们对数学外部联系的培养都应基于一个对子自然规律和社会规律刻画的背景中.倘若孤立地离开数学的实际应用去谈数学与其他学科的联系,将会使情景牵强附会、矫揉造作,也不能很好地渗透其他学科的知识.

(3) 适时对学生进行做良好公民的教育.安定、和谐的社会环境的构建离不开理性的公民.鉴于数学在理性精神培养中扮演的重要角色,数学教育要努力让学生学会用理性的精神和态度了解和处理社会公共事物.

(4) 加强网络环境的利用.教材设有相应的网站,提供大量配套的网络链接,为教学提供服务,方便教师授课和学生学习,也满足了不同层次学生的需要,美国教材设置专门相关网站的做法,值得我们借鉴.

参考文献

- 1 中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准[M].北京:人民教育出版社,2003
- 2 Glencoe/McGraw-Hill. *Mathematics: applications and connections Course1, USA*. 2002